

О. А. Иванов 100 олимпиадных задач для старшеклассников. Задание 1

1. Найдите такое наименьшее натуральное число n , при котором $n!$ делится на 990.
2. Решите уравнение $\max\{x^2 - x + 1, 4x - x^2\} = 3$.
3. Сколько решений имеет уравнение $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3} = a$?
4. Разрежьте квадрат на 6, 8, 9 квадратов. На какое еще число квадратов можно разрезать квадрат?
5. Решите в целых числах уравнение $x + y = xy$.
6. Из Манчестера и Ливерпуля одновременно навстречу друг другу выехали в магическое путешествие Пол и Джон. После их встречи Пол ехал еще 9 часов до Ливерпуля, а Джон — 16 часов до Манчестера. Сколько часов был в пути каждый из них?
7. Найдите на плоскости точку, сумма расстояний от которой до вершин данного выпуклого четырехугольника является наименьшей.
8. В единичном квадрате где-то расположены 51 точка. Докажите, что в некотором квадрате со стороной $\frac{1}{5}$ имеются хотя бы три из них. Верно ли, что найдется круг радиуса $\frac{1}{7}$, который также содержит по меньшей мере три из этих точек?
9. Можно ли ходом коня попасть из поля a1 шахматной доски на поле h8, побывав на каждой клетке по одному разу?
10. Какое наибольшее число коней можно расставить на шахматной доске так, что ни один из них не бил другого?